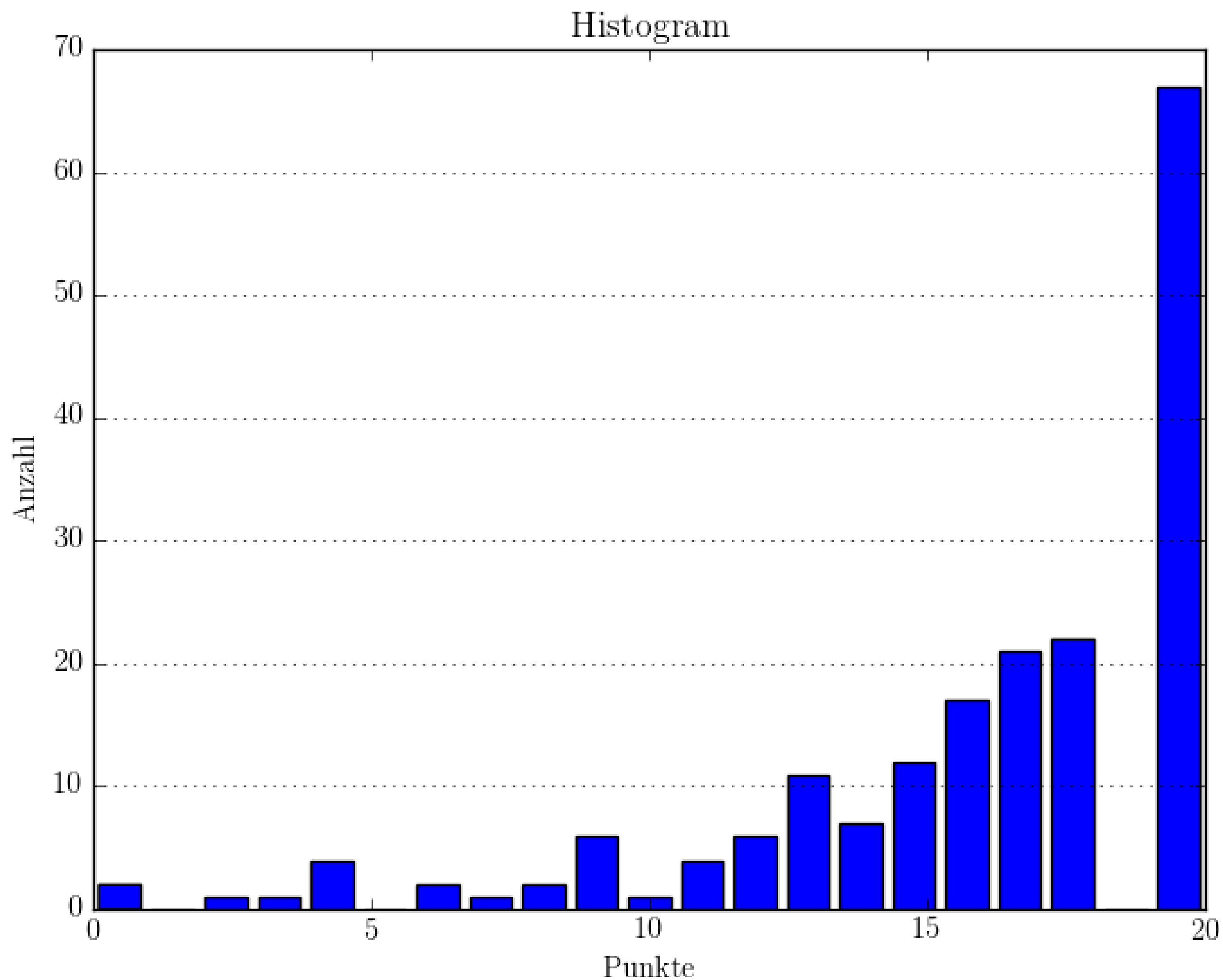
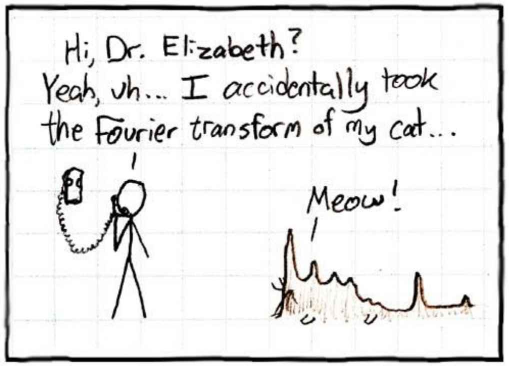
Computergrafik

Prof. Dr.-Ing. Carsten Dachsbacher
Lehrstuhl für Computergrafik
Karlsruher Institut für Technologie

2. Übungsblatt: Histogram



Fourier-Transformation



- Welche Frequenzen enthält ein Eingabesignal?
- Alternativ: Zerlegung des Eingabesignals in Sinusoide

$$\hat{f}(\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2\pi i x \xi} dx$$
$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(\xi) e^{2\pi i \xi x} d\xi$$

- Diskrete Fouriertransformation
  - Eingabe: äquidistant abgetastete Funktion $\{x_1, \ldots, x_{N-1}\}$ (z.B. Rasterbild)

$$\hat{x}_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{2\pi i k n}{N}}$$

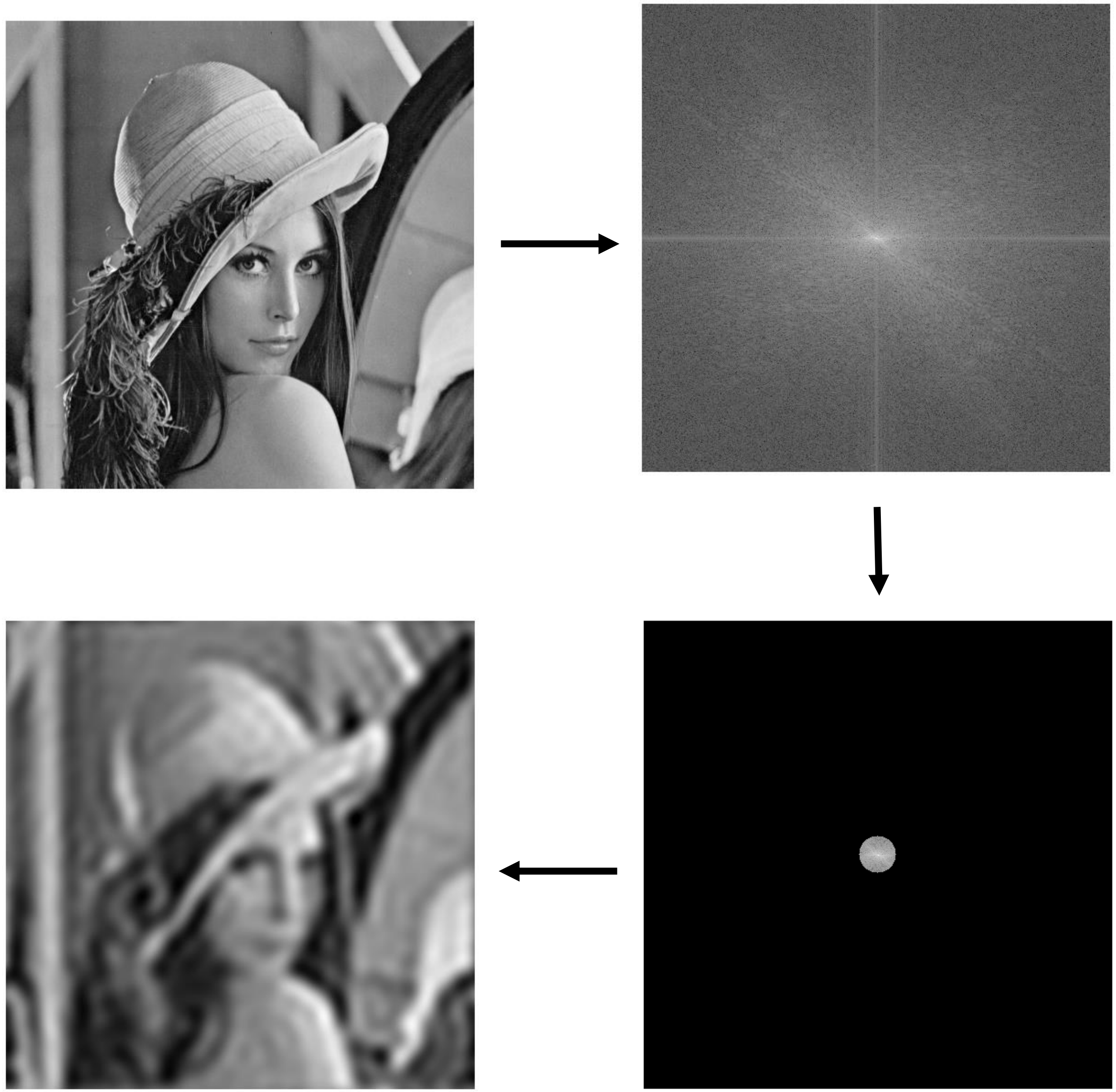
$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{x}_k e^{\frac{2\pi i k n}{N}}$$

Diskrete Fourier-Transformation

- Ausgabe: periodisches Frequenzspektrum (weil diskrete Abtastung)
- Abstand der Kopien ist abhängig von Abtastrate
- Um das ursprüngliche Signal zu rekonstruieren müssen die Kopien herausgefiltert werden
- Überlagernde Kopien = Aliasing, Filtern nicht möglich!

- Anwendungen
  - Schnelle Signalfilterung (Faltung im Primärraum = Multiplikation im Frequenzraum)
  - Kompression (MP3, JPEG)

Diskrete Fourier-Transformation: Kompression



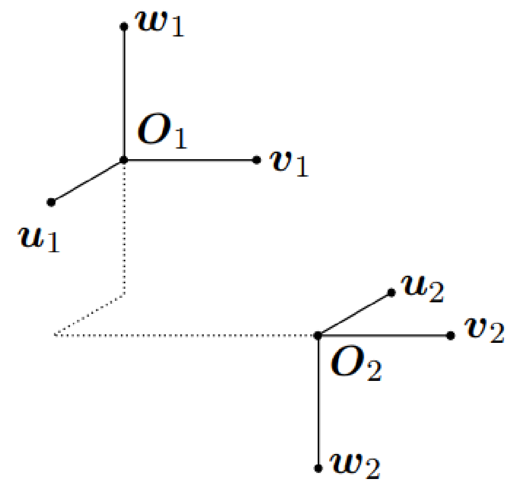
Gegeben sind zwei Koordinatensysteme mit den Ursprüngen

$$\boldsymbol{O}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad \boldsymbol{O}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

und den orthonormalen Basisvektoren

$$\boldsymbol{u}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{w}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{u}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \boldsymbol{w}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$



Gesucht ist die *homogene* Matrix $M \in \mathbb{R}^{4\times4}$, die Koordinaten eines Punktes $\boldsymbol{P}_1$, gegeben im System $S_1 = (\boldsymbol{O}_1, \boldsymbol{u}_1, \boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{w}_1)$, in das System $S_2 = (\boldsymbol{O}_2, \boldsymbol{u}_2, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{w}_2)$ transformiert:

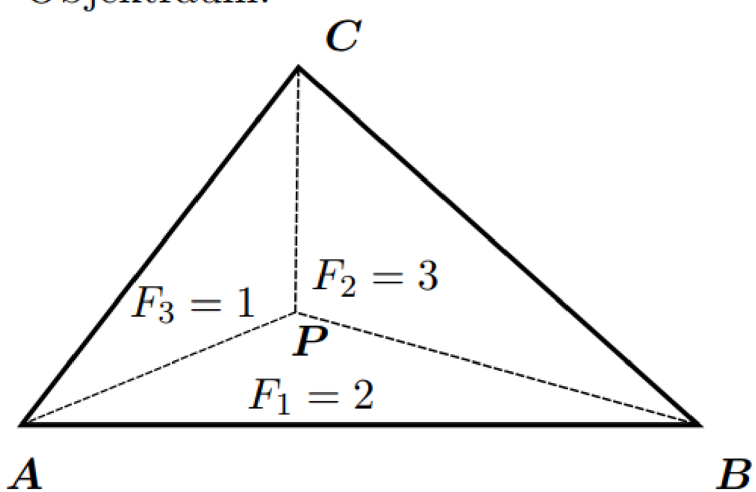
$$\boldsymbol{P}_2 = M \cdot \boldsymbol{P}_1.$$

Geben Sie die endgültige Transformationsmatrix M sowie den Rechenweg und die dabei benötigten Matrizen an! Beschreiben Sie stichpunktartig, welche Transformation diese Matrizen beschreiben! Matrixmultiplikationen (sofern vorhanden) müssen Sie nicht ausrechnen.

Gegeben ist ein Dreieck mit den Eckpunkten $\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{B}$ und $\boldsymbol{C}$ (siehe Abbildung). Den Eckpunkten sind die zweidimensionalen Texturkoordinaten $\boldsymbol{A}'$, $\boldsymbol{B}'$ und $\boldsymbol{C}'$ zugewiesen. Das Dreieck wird im Punkt $\boldsymbol{P}$ von einem Strahl geschnitten. F_1, F_2 und F_3 bezeichnen jeweils die Flächeninhalte der eingezeichneten Teildreiecke.

Berechnen Sie die baryzentrischen Koordinaten λ_A, λ_B und λ_C von $\boldsymbol{P}$ und daraus die Texturkoordinaten $\boldsymbol{P}' = (u,v)$ des Punktes $\boldsymbol{P}$! Geben Sie jeweils Ihren Rechenweg an!

Objektraum:



Texturraum: